
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

Tempo a disposizione: 90 minuti

Esercizio 1. Sia data la funzione

$$f(x) = xe^{\frac{x+7}{x-7}}.$$

Determinare il dominio della funzione, le eventuali simmetrie, il suo segno e le eventuali intersezioni con gli assi coordinati. Determinare inoltre gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Studiare la monotonia della funzione, determinando gli eventuali punti di estremo relativo/assoluto.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \left(\log(1 + \sqrt{x}) - \sqrt{x + \frac{x}{2}} \right)}{\sqrt{x} (1 - \cos(\sqrt{3x}))}.$$

Esercizio 3. Al variare del parametro reale $\alpha > 0$, calcolare il seguente limite di successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n + n^7}{n^n \left(\sqrt{3^n + (n+2)^{2n}} - (n+2)^n \right)}$$

PARTE TEORICA

- Enunciare il *principio di completezza* in \mathbb{R} . Enunciare e dimostrare il *Teorema di completezza*. Produrre un esempio di un sottoinsieme superiormente limitato di \mathbb{Q} (insieme dei numeri razionali) che non ammette l'estremo superiore in \mathbb{Q} .
- Dare la definizione di *successione numerica* e dire che cosa significa che una successione è *convergente* e che una successione è *di Cauchy*.